【1】

(1) $\frac{5}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{25}$

(2) x, y, z がすべて奇数のカードのときであるから，$\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{27}{125}$

(3) 3 が少なくとも 1 回以上，かつ 2 または 4 が少なくとも 1 回以上取り出されるときである。

3 が 2 回，2 または 4 が 1 回のとき，$3\times\left(\frac{1}{5}\right)^2\times\frac{2}{5}=\frac{6}{125}$

3 が 1 回，2 または 4 が 2 回のとき，$3\times\frac{1}{5}\times\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{12}{125}$

3 が 1 回，2 または 4 が 1 回，その他が 1 回のとき，$6\times\frac{1}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{24}{125}$

よって，$\frac{(6+12+24)}{125}=\frac{42}{125}$

(4) 最大値が 3 以下となる確率は，$\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{27}{125}$

最大値が 2 以下となる確率は，$\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{8}{125}$

よって，$\frac{(27-8)}{125}=\frac{19}{125}$

【2】

（1） $a_2=\frac{1}{2}\sqrt{4}=1$，$a_3=\frac{1}{2}\sqrt{1}=\frac{1}{2}$

（2） 任意の自然数 n に対し，$a_n>0$であるから，$b_n=\log_2 a_n$とおくと，

$$
\begin{aligned}
b_{n+1}&=\log_2\left(\frac{1}{2}\sqrt{a_n}\right)\\
&=\log_2\frac{1}{2}+\log_2\sqrt{a_n}\\
&=\log_2\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2 a_n\\
&=-1+\frac{1}{2}b_n
\end{aligned}
$$

（3） $b_{n+1}=-1+\frac{1}{2}b_n$より，

$$b_{n+1}+2=\frac{1}{2}(b_n+2)$$

と変形できるから

$$c_{n+1}=\frac{1}{2}c_n$$

である。ここで$b_1=\log_2 a_1=\log_2 4=2$であるから，$c_1=b_1+2=2+2=4$である。

よって数列$\{c_n\}$は初項が4，公比が$\frac{1}{2}$の等比数列である。

$$
\begin{aligned}
c_n&=4\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\\
&=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}
\end{aligned}
$$

（4） $c_n=b_n+2$であるから

$$b_n=c_n-2=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}-2$$

$b_n=\log_2 a_n$より，$\log_2 a_n=\log_2 2^{b_n}$

よって，$a_n = 2^{b_n}$であるから

$$a_n = 2^{b_n} = 2^{2^{-n+3}-2}$$

【3】

解答例

（1）　$f'(x) = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$

$f''(x) = -\frac{1}{x^2}$

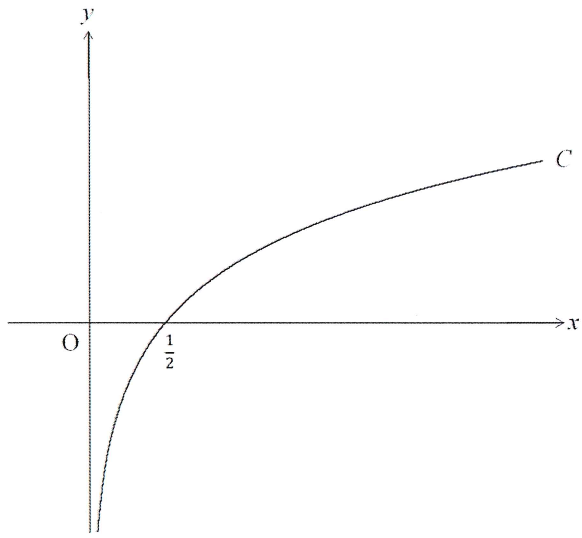
（2）　真数条件より，$x > 0$

$\log 2x = 0$より

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

よって C の概形は下図のようになる。



（3）　接点の座標を$(t,\ \log 2t)$ $(t > 0)$ とすると，このときの接線ℓの傾きは（1）より

$f'(t) = \frac{1}{t}$

であるから，接線ℓの方程式は

$$y = \frac{1}{t}(x - t) + \log 2t$$

となる。これが，原点$(0,\ 0)$を通るから，

$0 = \frac{1}{t}(0 - t) + \log 2t$

$0 = -1 + \log 2t$

$\log 2t = 1$

$2t = e$

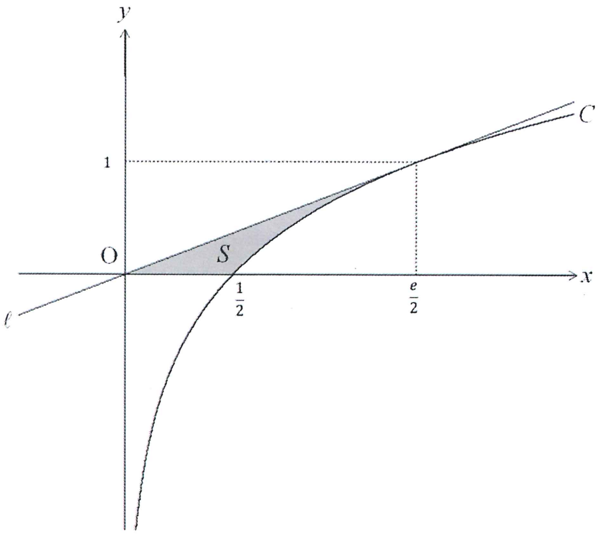
$t = \frac{e}{2}$

したがって，求める接線ℓの方程式は，

$y = \frac{2}{e}\left(x - \frac{e}{2}\right) + \log\left(2 \cdot \frac{e}{2}\right)$

$y = \frac{2}{e}x$

（４）　題意より，



求める面積を S とすると，S は上図の斜線部分である。

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2} \times \frac{e}{2} \times 1 - \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} \log 2x dx \\
&= \frac{e}{4} - [x \log 2x]_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} + \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} x \times \frac{2}{2x} dx \\
&= \frac{e}{4} - \left(\frac{e}{2}\log e - \frac{1}{2}\log 1\right) + [x]_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} \\
&= \frac{e}{4} - \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$