

# P 2 数 学 ②

この冊子の問題は 1 ページから 6 ページまであります。

## [ 注 意 ]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 解答用紙には、記述解答用紙（5 枚）があります。
- (3) 解答は対応する解答欄に記入下さい。
- (4) 試験開始の指示があったら、直ちに問題冊子のページ数を確認下さい。  
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせ下さい。
- (5) 本問題冊子は、【1】～【3】を合計 200 点満点で作成しています。  
B 方式の得点は、200 点満点を 300 点満点に換算します。
- (6) 試験終了後、問題冊子を持ち帰り下さい。





## 【1】

3進法で表すと5桁になるような自然数の集合を  $X$  とする。  $X$  に属する自然数  $x$  を3進法で  $abcde_{(3)}$  と表すとき、各桁の和  $a + b + c + d + e$  を  $S(x)$  とする。たとえば、10進法で表された101は3進法で  $10202_{(3)}$  と表されるので、 $S(101) = 1 + 2 + 2 = 5$  である。次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。解答は解答用紙に導出過程も含めて記述しなさい。(60点)

- (1) 10進法で179と表される数を3進法で表しなさい。また、 $S(179)$  を求めなさい。
- (2)  $X$  の要素の個数は全部でいくつあるか答えなさい。
- (3)  $X$  の要素  $x$  のうち、 $S(x) = 6$  となるものの個数は全部でいくつあるか答えなさい。

# 計 算 欄

## 【2】

2つの多項式

$$p(x) = x^5 - 4x^4 + 13x^3 - 31x^2 + 70x - 49$$

$$q(x) = x^2 - 4x + 7$$

を考える。次の(1)から(5)までの各問いに答えなさい。解答は解答用紙に導出過程も含めて記述しなさい。(70点)

- (1) 方程式  $q(x) = 0$  の解をすべて求めなさい。
- (2) 多項式  $p(x)$  を  $q(x)$  で割った商と余りを求めなさい。
- (3) 方程式  $p(x) = 0$  の解をすべて求めなさい。
- (4) 方程式  $p(x) = 0$  の解のうち、虚部が0以上のものを複素数平面上の点で表し、これらの点を互いに線分で結ぶ。このときにつくられる図形を図示しなさい。
- (5) (4)でつくられた図形の面積を求めなさい。

# 計 算 欄

### 【3】

数列  $\{a_n\}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) を次のように定める。

$$a_0 = 1, \quad a_n = (n-1)a_{n-1} + \sum_{i=1}^n {}_n C_i a_{i-1} a_{n-i} \quad (n \geq 1)$$

次の(1)から(5)までの各問いに答えなさい。解答は**解答用紙**に導出過程も含めて記述しなさい。 (70点)

(1)  $a_1, a_2, a_3, a_4$  を求めなさい。

(2)  $a_4^{30}$  は何桁の数か答えなさい。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする。

(3) (1)の結果をもとに、数列  $\{a_n\}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) の一般項を予想しなさい。

(4) (3)で予想した一般項が数列  $\{a_n\}$  の一般項であることを証明しなさい。ただし、

$$\sum_{i=0}^n {}_n C_i (n-i)^{n-i} (i-1)^{i-1} = -(n-1)^n \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

は証明せずに用いてよい (ここでは  $0^0 = 1$  としてよい)。

(5)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a_{n+1}}{a_n} - \frac{a_n}{a_{n-1}} \right)$$

を求めなさい。ただし、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ (n+1) - (n-1) \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)^{-n} \right\} = 1$$

は証明せずに用いてよい。

# 計 算 欄













